

Leçon 1 : Calcul littéral

1. Quotients

1.1. Égalité de deux quotients

Propriété (Produit en croix) :

Soient a, b, c et d des nombres réels avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ équivaut à } a \times d = b \times c$$

1.2. Opérations sur les quotients

Soient a, b, c et d des nombres réels (b, c, d non nuls selon le cas).

— **Somme (Même dénominateur) :** $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$

— **Produit :** $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

— **Division :** $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

2. Calcul littéral

2.1. Puissance à exposant entier relatif

- **Inverse :** Pour tout nombre a non nul, l'inverse de a^n est $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- **Propriétés :** Soient a et b non nuls, n et p des entiers relatifs :

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{n \times p}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

2.2. Développement et réduction

- **Suppression de parenthèses :**

$$+(a + b - c) = a + b - c \text{ (on garde les signes)}$$

$$-(a + b - c) = -a - b + c \text{ (on change tous les signes)}$$

- **Développer :** C'est transformer un produit en somme.

$$k(a + b) = ka + kb \quad ; \quad k(a - b) = ka - kb \quad ; \quad (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

- **Égalités remarquables :**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

2.3. Factorisation

Factoriser, c'est transformer une somme en produit de facteurs. On peut :

- reconnaître un facteur commun et le mettre en évidence

$$ka + kb = k(a + b) \quad ; \quad ka - kb = k(a - b)$$

- reconnaître et utiliser une égalité remarquable

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

- utiliser les deux techniques

2.4. Produit nul

Propriété :

- Un produit est égal à zéro lorsque l'un au moins de ses facteurs est égal à zéro.

$$a \times b = 0 \text{ équivaut à } a = 0 \text{ ou } b = 0$$

- Un produit est différent de zéro lorsque tous ses facteurs sont différents de zéro.

$$a \times b \neq 0 \text{ équivaut à } a \neq 0 \text{ et } b \neq 0$$

2.5. Nombres de même carré

Propriété :

Soient a et b deux nombres.

$$a^2 = b^2 \text{ équivaut à } a = b \text{ ou } a = -b$$

3. Expressions littérales

3.1. Polynôme

Présentation

Soit l'expression littérale : $7x^5$.

$7x^5$ est un *monôme* en x ;

7 est le *coefficient* de ce monôme ;

5 est le *degré* de ce monôme.

On considère l'expression littérale : $7x^5 + 2x^3 - x^2 + 25x - 6$.

Cette expression est une somme algébrique de monômes : on dit que c'est un *polynôme*.

Le degré du polynôme est le plus haut degré de ses monômes, soit ici 5.

3.2. Fraction rationnelle

Présentation

On considère l'expression littérale : $\frac{5x + 2}{x^2 - 9}$.

C'est une **fraction rationnelle** car elle est le quotient de deux polynômes.

$5x + 2$ est son **numérateur**.

$x^2 - 9$ est son **dénominateur**.

Remarque : *Pour que cette fraction existe, il faut que son dénominateur soit non nul ($x^2 - 9 \neq 0$).*