

Leçon 6 : Fractions

1) Différence de deux fractions

a) Fractions de même dénominateur

Propriété

Soient a , b et c des nombres entiers naturels tels que $c \neq 0$.

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$$

Exemple

$$\begin{aligned}\frac{9}{11} - \frac{7}{11} &= \frac{9 - 7}{11} \\ &= \frac{2}{11}\end{aligned}$$

b) Fractions de dénominateurs différents

Règle

Pour calculer la différence de deux fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur, puis on applique la règle des fractions de même dénominateur.

Exemple

$$\begin{aligned}\frac{5}{2} - \frac{7}{3} &= \frac{5 \times 3 - 2 \times 7}{2 \times 3} \\ &= \frac{15 - 14}{6} \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

2) Produit de deux fractions

a) Produit d'une fraction par un nombre entier naturel

Propriété

Soient a , b et k des nombres entiers naturels avec $b \neq 0$.

$$\frac{a}{b} \times k = \frac{a \times k}{b} \quad ; \quad k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$$

Exemple

$$2 \times \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{11} \\ = \frac{10}{11}$$

$$\frac{6}{13} \times 3 = \frac{6 \times 3}{13} \\ = \frac{18}{13}$$

b) Produit de deux fractions

Propriété

Soient a , b , c et d des nombres entiers naturels tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple

$$\frac{8}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{8 \times 1}{7 \times 3} \\ = \frac{8}{21}$$

3) Puissance entière d'une fraction

Définition

Soient a et b deux nombres entiers naturels tels que $b \neq 0$, et n un nombre entier naturel strictement supérieur à 1.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \cdots \times \frac{a}{b} \quad (n \text{ facteurs égaux à } \frac{a}{b})$$

Vocabulaire

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \text{ est une puissance de } \frac{a}{b}$$

n est l'exposant de cette puissance.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \text{ se lit "a sur b exposant n"}$$

Propriété

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemple

$$\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5^2}{7^2} \\ = \frac{5 \times 5}{7 \times 7} \\ = \frac{25}{49}$$

Remarques

$$\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b} \quad \text{et} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

4) Encadrement d'une fraction par deux nombres décimaux

Règle

Pour encadrer une fraction $\frac{a}{b}$ par deux nombres décimaux consécutifs d'un ordre donné, on effectue la division de a par b jusqu'à l'ordre souhaité, puis on choisit les deux décimaux consécutifs correspondants.

Exemple

Encadrons $\frac{46}{13}$:

- a) par deux entiers naturels consécutifs
- b) par deux décimaux consécutifs d'ordre 1.
- c) par deux décimaux consécutifs d'ordre 2.

Réponses

On a : $\frac{46}{13} \approx 3,5384\dots$

Ainsi :

a)

$$3 < \frac{46}{13} < 4 \quad : \quad \text{Encadrement par deux nombres entiers naturels}$$

b)

$$3,5 < \frac{46}{13} < 3,6 \quad : \quad \text{Encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1}$$

c)

$$3,53 < \frac{46}{13} < 3,54 \quad : \quad \text{Encadrement par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 2}$$

...