

Leçon 1 : Nombres décimaux relatifs

1. Puissances de 10 d'exposants entiers relatifs

a) Définition

Soit n un entier naturel non nul.

$$10^n = 1 \underbrace{00 \dots 0}_{n \text{ zéros}} \quad \text{et} \quad 10^{-n} = 0, \underbrace{00 \dots 01}_{n \text{ chiffres}}$$

Remarque : $10^0 = 1$.

Exemples :

$$10^5 = 100\,000 \quad ; \quad 10^{-4} = 0,0001$$

b) Propriétés

Soient m et n deux entiers relatifs. On a :

- **Propriété 1**

$$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} 10^3 \times 10^{-5} &= 10^{(3)+(-5)} \\ &= 10^{-2} \end{aligned}$$

- **Propriété 2**

$$(10^m)^n = 10^{m \times n}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} (10^{-2})^3 &= 10^{-2 \times 3} \\ &= 10^{-6} \end{aligned}$$

- **Propriété 3**

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

Exemple :

$$\begin{aligned} \frac{10^7}{10^4} &= 10^{7-4} \\ &= 10^3 \end{aligned}$$

2) Produit de nombres écrits sous la forme $d \times 10^p$

Propriété :

Soient a et b deux nombres décimaux relatifs non nuls, p et q deux entiers relatifs.

$$(a \times 10^p)(b \times 10^q) = (a \times b) \times 10^{p+q}$$

Exemples :

$$\begin{aligned}(4 \times 10^6) \times (3 \times 10^{-2}) &= (4 \times 3) \times 10^{6+(-2)} \\ &= 12 \times 10^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-2,5 \times 10^3) \times (2 \times 10^{-5}) &= (-2,5 \times 2) \times 10^{3+(-5)} \\ &= -5 \times 10^{-2}\end{aligned}$$

3) Écriture d'un nombre décimal sous la forme $a \times 10^p$

Tout nombre décimal relatif peut s'écrire sous la forme $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal et p un entier relatif.

Exemples :

$$\begin{aligned}48\,000 &= 4,8 \times 10^4 \\ -0,0063 &= -6,3 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

4) Notation scientifique d'un nombre décimal relatif

Définition :

Un nombre est écrit en **notation scientifique** s'il est de la forme :

$$a \times 10^p$$

où a est un nombre décimal ayant un seul chiffre non nul avant la virgule et p un nombre entier relatif.

Exemples :

$$\begin{aligned}72\,500 &= 7,25 \times 10^4 \\ 0,00084 &= 8,4 \times 10^{-4} \\ -9\,120 &= -9,12 \times 10^3\end{aligned}$$

5) Comparaison de nombres écrits sous la forme $d \times 10^p$

Méthode :

Pour comparer deux nombres décimaux positifs A et B écrits sous la forme $d \times 10^p$, on écrit les deux nombres en notation scientifique : $A = a \times 10^n$ et $B = b \times 10^m$

- Si $m = n$, alors A et B sont rangés dans le même ordre que a et b
- Si $m \neq n$, alors A et B sont rangés dans le même ordre que m et n .

Exemples :

$$3,2 \times 10^5 > 4,1 \times 10^4$$
$$-6,5 \times 10^{-2} < -1,3 \times 10^{-2}$$

6) Nombre décimal d'ordre n

Définition :

n est un nombre entier naturel. On appelle nombre décimal d'ordre n , un nombre décimal qui peut s'écrire sous la forme $d \times 10^{-n}$; où d est un nombre entier relatif et n un nombre entier naturel.

Exemples :

$$12,345 = 12345 \times 10^{-3} \quad (\text{ordre } 3)$$
$$-0,0046 = -46 \times 10^{-4} \quad (\text{ordre } 4)$$

Remarques :

- Un nombre décimal ayant n chiffres après la virgule est d'ordre n .
- Un nombre décimal d'ordre n est aussi d'ordre supérieur à n .

Exemples :

- 16,8542 est un nombre décimal d'ordre 4.
- 6,21 est un nombre décimal d'ordre 2, d'ordre 3, d'ordre 4, d'ordre 5...