

FICHE D'AUTO-CORRECTION

Leçon 1 - Nombres premiers

Consigne à l'élève : Compare attentivement tes réponses avec celles proposées ci-dessous. Corrige tes erreurs au stylo rouge et essaie de comprendre tes fautes.

Puissance entière d'un nombre entier naturel

Exercice 1

1) Écrivons sous forme de puissance :

a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

b) $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

c) $10 \times 10 = 10^2$

2) Calculons :

$$\begin{aligned} 3^4 &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^5 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6^2 &= 6 \times 6 \\ &= 36 \end{aligned}$$

Propriétés des puissances

Exercice 2

Calculons en utilisant les propriétés des puissances :

$$\begin{aligned} 4^3 \times 4^2 &= 4^{3+2} \\ &= 4^5 \\ &= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \\ &= 1024 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7^3 \times 7 &= 7^3 \times 7^1 &&= 7^{3+1} \\&= 7^4 \\&= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \\&= 2401\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3^2 \times 7^2 &= (3 \times 7)^2 \\&= 21^2 \\&= 21 \times 21 \\&= 441\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2^3 \times 5^3 &= (2 \times 5)^3 \\&= 10^3 \\&= 10 \times 10 \times 10 \\&= 1000\end{aligned}$$

Règle de priorité

Exercice 3

Calculons en respectant les règles de priorité :

1) $5 + 3 \times 2^2$

On calcule d'abord la puissance : $2^2 = 2 \times 2 = 4$. Puis la multiplication $3 \times 4 = 12$. Enfin l'addition $5 + 12$. On a donc :

$$\begin{aligned}5 + 3 \times 2^2 &= 5 + 3 \times 2 \times 2 \\&= 5 + 3 \times 4 \\&= 5 + 12 \\&= 17\end{aligned}$$

2) $10 - 2 \times 3^2$

On calcule d'abord la puissance $3^2 = 3 \times 3 = 9$, puis la multiplication $2 \times 9 = 18$. Enfin la soustraction $10 - 18$. Donc :

$$\begin{aligned}10 - 2 \times 3^2 &= 10 - 2 \times 3 \times 3 \\&= 10 - 2 \times 9 \\&= 10 - 18 \\&= -8\end{aligned}$$

$$3) \quad (4 + 2) \times 3^2$$

Parenthèses : $4 + 2 = 6$. Puissance : $3^2 = 9$. Multiplication : $6 \times 9 = 54$. Donc :

$$\begin{aligned}(4 + 2) \times 3^2 &= 6 \times 3 \times 3 \\ &= 6 \times 9 \\ &= 54\end{aligned}$$

$$4) \quad 2^3 + 6 \times 2$$

Puissance : $2^3 = 8$. Multiplication : $6 \times 2 = 12$. Addition : $8 + 12 = 20$. Donc :

$$\begin{aligned}2^3 + 6 \times 2 &= 2 \times 2 \times 2 + 6 \times 2 \\ &= 8 + 12 \\ &= 20\end{aligned}$$

Divisions dans $\mathbb{N}$

Exercice 4

a) Complétons sous la forme $a = b \times q + r$:

$$47 = 6 \times 7 + 5$$

$$92 = 9 \times 10 + 2$$

b) Les égalités suivantes traduisent-elles une division correcte ?

$$84 = 7 \times 12 + 0 : \textbf{Oui} \text{ car } r = 0 \text{ et } 0 < 7.$$

$$65 = 8 \times 7 + 9 : \textbf{Non} \text{ car } r = 9 ; \text{ le reste est plus grand que le diviseur. Donc cette égalité ne traduit pas une division.}$$

Nombres premiers

Exercice 5

1) **Nombres premiers parmi** : 1; 2; 9; 11; 15; 17; 21

Les nombres premiers sont : 2, 11, 17.

2) **Pourquoi 9 et 15 ne sont pas des nombres premiers ?**

9 n'est pas premier car $9 = 3 \times 3$ (il a un diviseur autre que 1 et lui-même).

15 n'est pas premier car $15 = 3 \times 5$. 15 a d'autres diviseurs autre que 1 et lui-même.

Décomposition en facteurs premiers

Exercice 6

Décomposons en produit de facteurs premiers :

$$36 \quad ; \quad 45 \quad ; \quad 84$$

a) 36

$$\begin{array}{r|l}
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

b) 45

$$\begin{array}{r|l}
 45 & 3 \\
 15 & 3 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$45 = 3^2 \times 5$$

c) 84

$$\begin{array}{r|l}
 84 & 2 \\
 42 & 2 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

Vérifier si un nombre entier naturel est premier

Exercice 7

1. Justifions que 29 est un nombre premier.

On divise 29 par les nombres premiers successifs : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13...

$$29 = 2 \times 14 + 1$$

$$29 = 3 \times 9 + 2$$

$$29 = 5 \times 5 + 4$$

$$29 = 7 \times 4 + 1$$

On trouve un quotient plus petit que le diviseur. Donc 29 est un nombre premier.

2. Justifions que 51 n'est pas un nombre premier.

$$51 = 2 \times 25 + 1$$

$$51 = 3 \times 18 + 0$$

On trouve un reste qui est égal à 0. Donc 51 n'est pas un nombre premier.

Situation de la vie courante

Exercice 8

Un commerçant range 90 sachets de riz.

1) 90 est-il un nombre premier ?

Non, car 90 est divisible par 2 (il est pair), donc il a un diviseur autre que 1 et lui-même.

2) Décomposons 90 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{array}{r|l} 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Donc :

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

3) Deux façons de constituer des paquets identiques :

Exemples de répartitions possibles :

- $90 = 9 \times 10$: 9 paquets de 10 sachets.
- $90 = 6 \times 15$: 6 paquets de 15 sachets.